

## Feladatsor az approximációs algoritmusok kurzushoz

2010. október 18.

1. Tekintsük a következő algoritmust a CSÚCSLEFEDÉS problémára:  $V'$  legyen kezdetben az üres halmaz,  $V''$  pedig a teljes csúcshalmaz, majd vegyük sorra a gráf csúcsait, az aktuálisat mindig először eltávolítva  $V''$ -ből, majd pontosan akkor hozzávéve  $V'$ -hez, ha  $V' \cup V''$  nem fedi az élhalmazt. Mennyire közelíti jól  $V'$  végső mérete az optimumét?
2. Adj meg egy  $f$  faktorú közelítő algoritmust a HALMAZFEDÉS problémához a szintezés módszerét használva, ahol  $f$  a leggyakoribb elem gyakorisága, azaz  $f = \max_{v \in V} |\{i \in \{1, \dots, k\} : v \in U_i\}|$ ! (Lásd még a 4. feladatot!)
3. Adj  $(1 - \frac{1}{k})$ -közelítő mohó algoritmust MAX  $k$ -VÁGÁS-ra! (MAX  $k$ -VÁGÁS: adott gráf csúcsainak  $k$  diszjunkt részalmazra való olyan szétbontása, mely a csúcshalmazok *között* menő élek számát maximalizálja.)
4. A 2-HALMAZFEDÉS a HALMAZFEDÉS probléma azon változata, amikor minden elem legfeljebb két  $\mathcal{U}$ -beli halmazban fordul elő (azaz  $f = 2$  — lásd a 2. feladatot). Mutasd meg, hogy a 2-HALMAZFEDÉS ekvivalens a CSÚCSLEFEDÉS problémával tetszőleges költségfüggvény esetén! (Azaz visszavezethetők egymásra approximációs faktort megőrző visszavezetéssel.)
5. Létezik-e olyan  $\mathcal{S} = \{s_1, \dots, s_n\}$  input a LEGRÖVIDEBBSZÓFEDÉS problémához, melynek optimális megoldásában valamely  $s_i$  többször is előfordul?
6. Adj meg egy hatékony direkt algoritmust a 2-SAT problémához!
7. Derandomizáld a MAX-SAT-ra adott  $(1 - 1/e)$ -közelítő algoritmust!
8. A MAX-SAT-ra adott  $3/4$ -közelítés során definiált  $T$  értékadás  $i$ -edik komponense  $1/4 + y_i^*/2$  valószínűséggel 1 (és  $3/4 - y_i^*/2$  valószínűséggel 0), de a különböző komponensek egymástól nem függetlenek! Adj egy derandomizációs módszert, mely közvetlenül a  $T$  értékadásból indul ki, és mutasd meg, hogy az így kapott algoritmus különbözik az előadáson bemutatott  $3/4$ -közelítő algoritmustól!
9. Készíts egy determinisztikus algoritmust, mely a 3SAT probléma tetszőleges példányához polinom időben megkonstruál egy, a klózik legalább  $7/8$  részét kielégítő értékadást!