

Operációkutatás definíciók 2.

- **Kétfázisú feladatra vonatkozó tétel:**

A standard alakú feladatnak akkor és csak akkor létezik lehetséges megoldása, ha $w = 0$ a hozzá felírt segédfeladat optimuma.

- **Lineáris programozás alaptétele:**

Tetszőleges standard alakú lineáris programozási feladatra teljesülnek az alábbi állítások:

- Ha nincs optimális megoldása, akkor vagy nem korlátos vagy nincs lehetséges megoldása.
- Ha van lehetséges megoldása, akkor van lehetséges bázismegoldása is.
- Ha van optimális megoldása, akkor van optimális bázismegoldása is.

- **Gyenge dualitás:**

Ha $x = x_1, \dots, x_n$ lehetséges megoldása a primál feladatnak és $y = y_1, \dots, y_m$ lehetséges megoldása a duál feladatnak, akkor $c^T x \leq b^T y$, azaz $\sum_{j=1}^n c_j x_j \leq \sum_{i=1}^m b_i y_i$.

Vagyis a duális feladat bármely lehetséges megoldása felső korlátot ad a primál bármely lehetséges megoldására (azaz az optimális megoldásra is).

- **Erős dualitás:**

Ha $x^* = x_1, \dots, x_n$ egy optimális megoldása a primál feladatnak és $y^* = y_1, \dots, y_m$ optimális megoldása a duál feladatnak, akkor $c^T x^* = b^T y^*$, azaz $\sum_{j=1}^n c_j x_j^* = \sum_{i=1}^m b_i y_i^*$.

- **Komplementaritás lazaság:**

Tegyük fel, hogy x a primál feladat optimális megoldása:

- Ha y a duál optimális megoldása, akkor x és y komplementáris.
- Ha y lehetséges megoldása a duálisnak és komplementáris x -szel, akkor y optimális megoldása a duálnak.
- Létezik olyan lehetséges y megoldása a duálnak, hogy x és y komplementáris.

- **Egészértékű programozási feladat - Integer Linear Programming (ILP):**

Ha az LP-ben a változók (vagy csak egy részük) csak nemnegatív egész értékeket vehetnek fel. (Azon változókat, melyek csak 0 vagy 1 értéket vehetnek fel, bináris változóknak nevezzük.)

- **Relaxált feladat/LP-lazítás:**

Egy egészértékű programozási feladat relaxációját úgy kapjuk, hogy a változókra tett minden egészértékűségi vagy 0-1 (bináris) megkötést eltörlünk.

A relaxált feladat optimuma sosem rosszabb, mint az egész értékű feladat optimuma