

## Operációkutatás definíciók 2

- Kétfázisú feladatra vonatkozó tétel:  
A standard alakú feladatnak akkor és csak akkor létezik lehetséges megoldása, ha  $b \geq 0$  a hozzá felírt segédfeladat optimuma.
  - Lineáris programozás alaptétele:  
Tetszőleges standard alakú lineáris programozási feladatra teljesülnek az alábbi állítások:
    - Ha nincs optimális megoldása, akkor vagy nem korlátos vagy nincs lehetséges megoldása.
    - Ha van lehetséges megoldása, akkor van lehetséges bázismegoldása is.
    - Ha van optimális megoldása, akkor van optimális bázismegoldása is.
  - Gyenge dualitás:  
Ha  $x = (x_1, \dots, x_n)$  lehetséges megoldása a primál feladatnak és  $y = (y_1, \dots, y_m)$  lehetséges megoldása a duál feladatnak, akkor  $c^T x \leq b^T y$ , azaz  $\sum_{j=1}^n c_j x_j \leq \sum_{i=1}^m b_i y_i$ .  
Vagyis a duális feladat bármely lehetséges megoldása felső korlátot ad a primál bármely lehetséges megoldására /azaz az optimális megoldásra is.
  - Erős dualitás:  
Ha  $x^* = (x_1, \dots, x_n)$  egy optimális megoldása a primál feladatnak és  $y^* = (y_1, \dots, y_m)$  optimális megoldása a duál feladatnak, akkor  $c^T x^* = b^T y^*$ , azaz  $\sum_{j=1}^n c_j x_j^* = \sum_{i=1}^m b_i y_i^*$ .
  - Komplementaritás lazaság:  
Tegyük fel, hogy  $x^*$  a primál feladat optimális megoldása:
    - Ha  $y^*$  a duál optimális megoldása, akkor  $x^*$  és  $y^*$  komplementáris.
    - Ha  $x^*$  lehetséges megoldása a duálisnak és komplementáris  $y^*$ -szel, akkor  $x^*$  optimális megoldása a duálnak.
    - Létezik olyan lehetséges  $x^*$  megoldása a duálnak, hogy  $x^*$  és  $y^*$  komplementáris.
- $W$  oszlop dominálja az  $X$  oszlopot,  $I = 1, \dots, H$ -re, ha:  $U_{ir} \geq a_{is}$   
A dominált sor és a domináló oszlop törölhető.
- Egészértékű programozási feladat - Integer Linear Programming (ILP)  
Ha az LP-ben a változók (vagy csak egy részük) csak nemnegatív egész értékeket vehetnek fel. (Azon változókat, melyek csak 0 vagy 1 értéket vehetnek fel, bináris változóknak nevezzük.)
  - Relaxált feladat/LP-lazítás  
Egy egészértékű programozási feladat relaxációját úgy kapjuk, hogy a változókra tett minden egészértékűségi vagy 0-1 (bináris) megkötést eltörlünk
  - A relaxált feladat optimuma sosem rosszabb, mint az egész értékű feladat optimuma