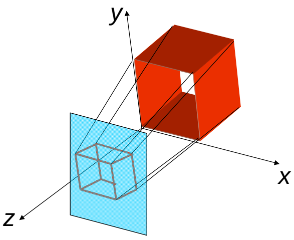
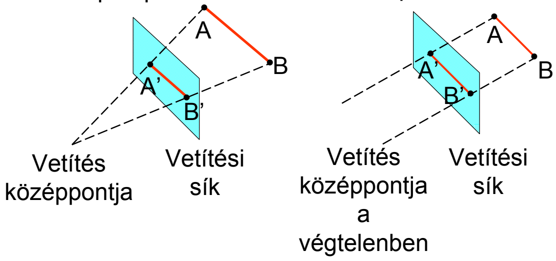
VETÍTÉSEK



Transzformációk, amelyek *n*-dimenziós objektumokat kisebb dimenziós terekbe visznek át.

Pl. 3D→2D

Vetítések fajtái /1



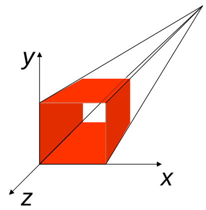
Vetítések fajtái /2

Perspektívikus	**Párhuzamos**
Vetítési középpont	**Vetítési irány**
• közel áll látásunkhoz • általában: nem mérhetők a távolságok (rövidülés) és a szögek	• kevésbé realisztikus • mérhető távolságok, szögek változnak

Perspektív vetítések /1

A vetítési síkkal nem, de egymással párhuzamos egyenesek vetületei egy pontban metszik egymást = **<u>távlatpont</u>**

Elsődleges távlatpont: valamelyik fő(tengely) irányhoz tartozó távlatpont



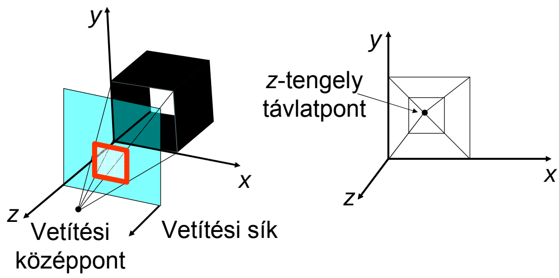
Perspektív vetítések /2

Perspektív vetítések osztályozása:

az elsődleges távlatpontok száma szerint (1, 2, 3).

Perspektív vetítések /3

1. Egypontos perspektív vetítés



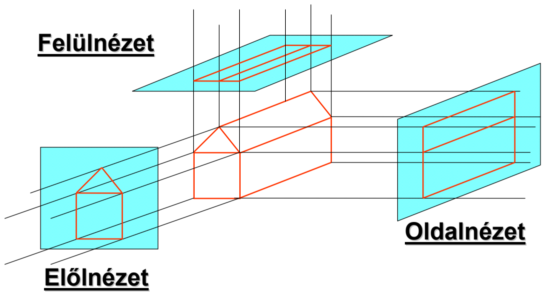
Párhuzamos vetítések

A párhuzamosság megmarad

Osztályozásuk a vetítési irány és a vetítési sík egymáshoz viszonyított helyzete szerint:

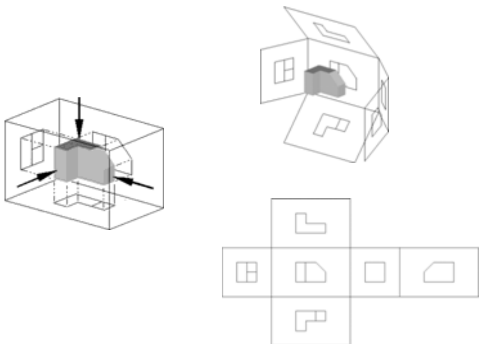
1. Merőleges (ortografikus)
2. Tetszőleges irányú

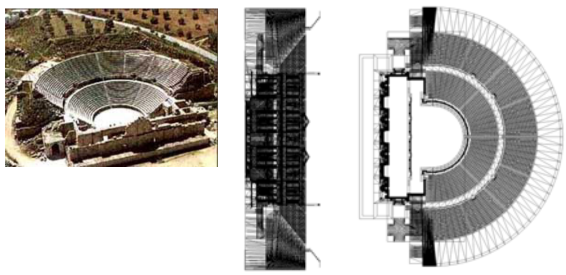
Merőleges (ortografikus) /1

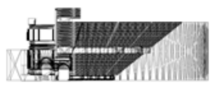


A párhuzamosság megmarad,
a távolságok megmaradnak vagy számíthatók

Példa







Amfiteátrium Jerash-ban

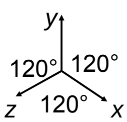
Merőleges (ortografikus) /2

Axonometrikus (nem merőleges egyik tengelyre sem); szög nem marad meg, távolság számítható

Izometrikus (a vetítési irány (d_x, d_y, d_z) minden tengellyel ugyanakkora szöget zár be), azaz

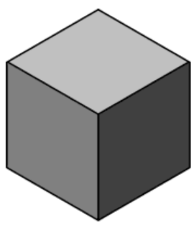
$|d_x| = |d_y| = |d_z|$,

$\pm d_x = \pm d_y = \pm d_z$

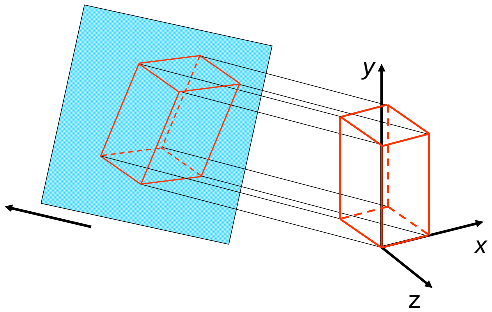


8 ilyen irány létezik

Izometrikus vetítés



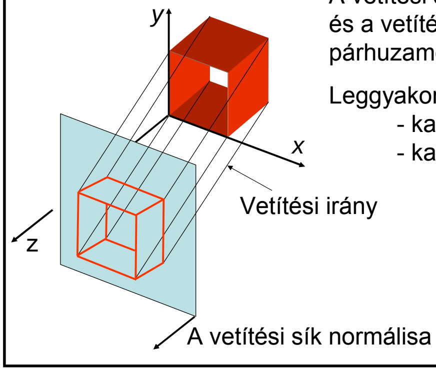
Merőleges (ortografikus) /3



Tetszőleges irányú /1

A vetítési sík normálisa és a vetítési irány nem párhuzamos

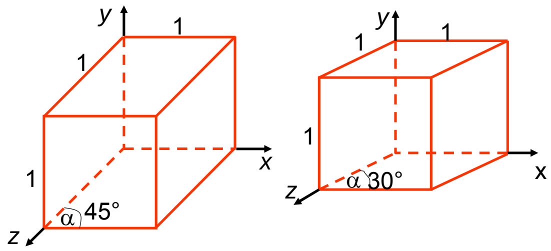
Leggyakoribb fajtái:
- kavalier
- kabinet



Tetszőleges irányú /2

Kavalier:

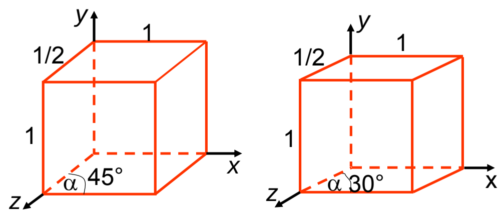
a vetítési irány és a vetítési sík szöge = 45°



Tetszőleges irányú /3

Kabinet:

a vetítési irány és a vetítési sík
szöge = arctg(2) = 63,4°



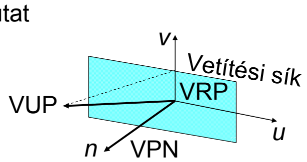
3-D megjelenítés specifikálása /1

Szükséges: - látótér, - vetítés } megadása

Vetítési sík megadása:

egy pontjával - referencia pont (VRP)
és a normálisával (VPN)

v a fölfelé mutató vektor (VUP) vetülete irányába mutat



3-D megjelenítés specifikálása /2

3D referencia koordináta rendszer (VRC) megadása:

Origó = VRP

A tengelyek:

n = VPN,

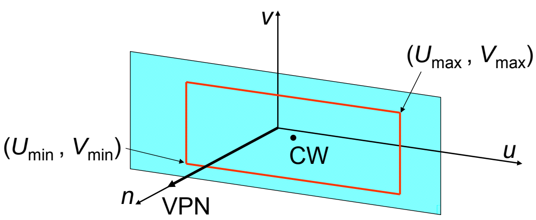
v = VUP-nek a vetítési síkra eső vetülete

u = olyan, hogy *u, v, n* jobb-kezes derékszögű koordináta rendszert határozzon meg

3-D megjelenítés specifikálása /3

Ablak: Téglalap a vetítési síkon. Ami azon belül van, az megjelenik, a többi nem

CW a közepe

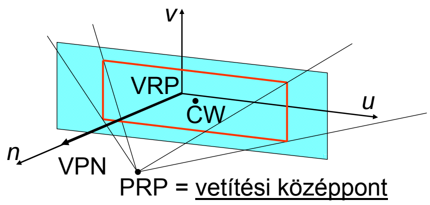


3-D megjelenítés specifikálása /4

PRP: vetítési referencia pont:

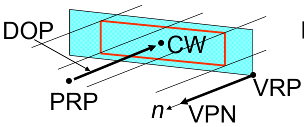
(párhuzamos és perspektív vetítésre is)

Perspektívikus vetítésnél

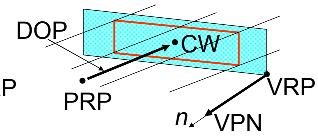


3-D megjelenítés specifikálása /5

DOP: **vetítési irány**



DOP || VPN



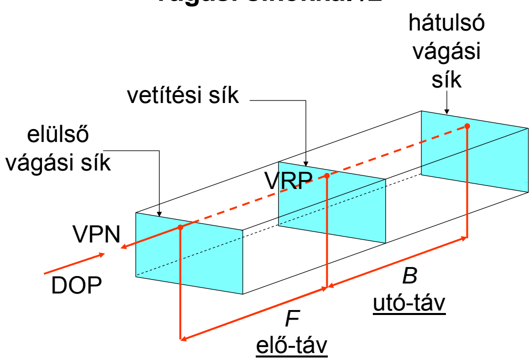
DOP ∦ VPN

Látótér maghatározása elülső és hátsó vágási síkokkal /1

Fajtái:

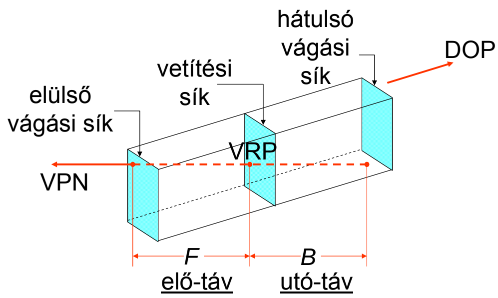
- párhuzamos (ortografikus)
- párhuzamos (tetszőleges irányú)
- perspektivikus

Látótér maghatározása elülső és hátsó vágási síkokkal /2



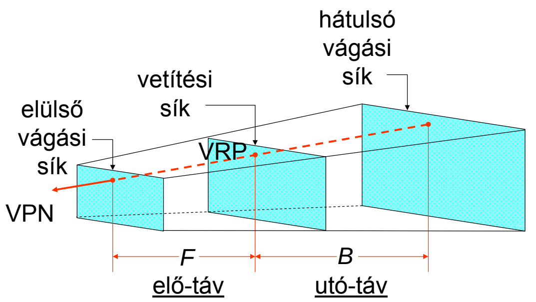
Látótér maghatározása elülső és hátsó vágási síkokkal /3

Párhuzamos (tetszőleges irányú):



Látótér maghatározása elülső és hátsó vágási síkokkal /4

Perspektivikus:



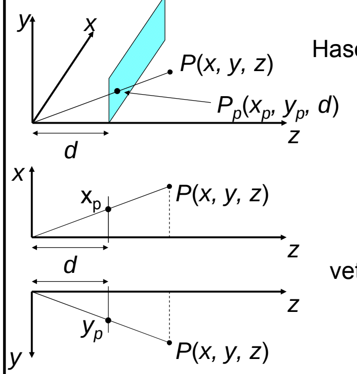
Vetítések matematikai leírása

Perspektívikus vetítések /1

Az egyszerűség kedvéért tegyük fel hogy:

a) A vetítési sík merőleges a *z*-tengelyre *z* = *d*-nél, PRP = 0

Perspektívikus vetítések /2



Hasonló háromszögekből:

$$\frac{x_p}{d}=\frac{x}{z},\quad \frac{y_p}{d}=\frac{y}{z},\quad z\neq 0$$
$$x_p=\frac{x}{z/d},\quad y_p=\frac{y}{z/d},$$

vetületi síkok

Perspektívikus vetítések /3

Hasonló háromszögekből: $\frac{x_p}{d}=\frac{x}{z},\quad \frac{y_p}{d}=\frac{y}{z},\quad z\neq 0,\quad x_p=\frac{x}{z/d},\quad y_p=\frac{y}{z/d},$

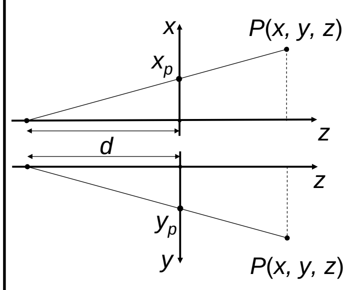
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ z/d \end{pmatrix} = \left.\begin{pmatrix} \frac{x}{z/d} \\ \frac{y}{z/d} \\ d \\ 1 \end{pmatrix}\right\} P_p$$, mivel ez homogén koordináta,

tehát $M_{per}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{pmatrix}$, mert $M_{per}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ z/d \end{pmatrix}$

Perspektívikus vetítések /4

Más lehetőség

b) A vetítési sík merőleges a *z*-tengelyre *z* = *0*-ban



$$\frac{x_p}{d}=\frac{x}{z+d},\quad \frac{y_p}{d}=\frac{y}{z+d},$$
$$x_p=\frac{x}{z/d+1},\quad y_p=\frac{y}{z/d+1},$$

Perspektívikus vetítések /5

$$\frac{x_p}{d}=\frac{x}{z+d},\quad \frac{y_p}{d}=\frac{y}{z+d},$$
$$x_p=\frac{x}{z/d+1},\quad y_p=\frac{y}{z/d+1},$$

tehát

$$P'_{per}=\begin{pmatrix}\frac{x}{z/d+1}\\ \frac{y}{z/d+1}\\ 0\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\ y\\ 0\\ \frac{1}{z/d+1}\end{pmatrix}$$

ezért

$$M'_{per}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1/d&1\end{pmatrix}$$

Párhuzamos ortografikus vetítés

$$P=\begin{pmatrix}x\\y\\z\\1\end{pmatrix}\xrightarrow{M_{ort}}\begin{pmatrix}x_p\\y_p\\z_p\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\\0\\1\end{pmatrix}=P_p,$$

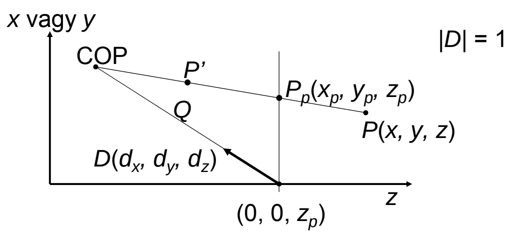
ahol

$$M_{ort}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$ (határértéke M'_{per}-nek, $d\to\infty$).

Vetítések általános alakja /1

Vetítési sík ⊥ z-tengely, $z = z_p$-ben,

COP Q távolságra van $(0, 0, z_p)$-től



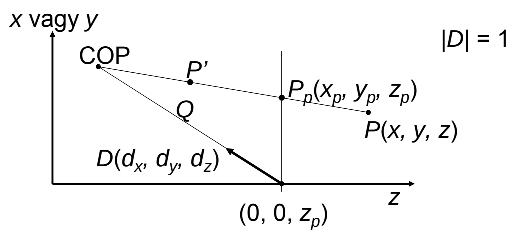
Vetítések általános alakja /2

Parametrikus alak:

$P' = \mathrm{COP} + t \cdot (P - \mathrm{COP}),\quad t\in[0,1]$

másrészt

$\mathrm{COP} = (0, 0, z_p) + Q\cdot(d_x, d_y, d_z),$



Vetítések általános alakja /3

$P' = \mathrm{COP} + t \cdot (P - \mathrm{COP}),\quad t\in[0,1]$

$\mathrm{COP} = (0, 0, z_p) + Q\cdot(d_x, d_y, d_z),$

így

$x' = Q\cdot d_x + (x - Q\cdot d_x)\cdot t,$

$y' = Q\cdot d_y + (y - Q\cdot d_y)\cdot t,$

$z' = (z_p + Q\cdot d_z) + (z - (z_p + Q\cdot d_z))\cdot t.$

Innen $z' = z_p$ esetén

$$t=\frac{z_p-(z_p+Q\cdot d_z)}{z-(z_p+Q\cdot d_z)}=\frac{Q\cdot d_z}{z_p+Q\cdot d_z-z}$$

Vetítések általános alakja /4

Behelyettesítve és átalakítva:

$$x'=x_p=\frac{x-z\cdot\frac{d_x}{d_z}+z_p\cdot\frac{d_x}{d_z}}{\frac{z_p-z}{Q\cdot d_z}+1},\qquad y'=y_p=\frac{y-z\cdot\frac{d_y}{d_z}+z_p\cdot\frac{d_y}{d_z}}{\frac{z_p-z}{Q\cdot d_z}+1}$$

$$z'=z_p=\frac{-z\cdot\frac{z_p}{Q\cdot d_z}+\frac{z_p^2+z_p\cdot Q\cdot d_z}{Q\cdot d_z}}{\frac{z_p-z}{Q\cdot d_z}+1}$$

Vetítések általános alakja /5

Így

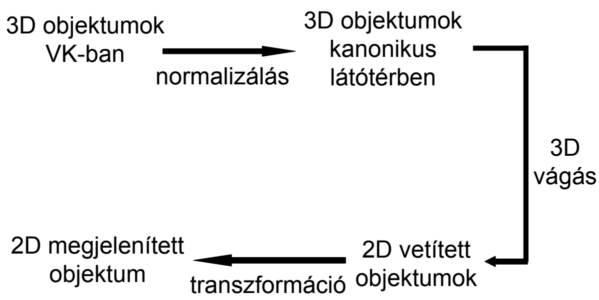
$$M_{ált} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{-d_x}{d_z} & z_p \cdot \frac{d_x}{d_z} \\ 0 & 1 & \frac{-d_y}{d_z} & z_p \cdot \frac{d_y}{d_z} \\ 0 & 0 & \frac{-z_p}{Q \cdot d_z} & \frac{z_p^2}{Q \cdot d_z} + z_p \\ 0 & 0 & \frac{-1}{Q \cdot d_z} & \frac{z_p}{Q \cdot d_z} + 1 \end{pmatrix}$$

Tartalmazza M_{per}, M'_{per} és M_{ort}-ot (még többet is).

Pl.:

M_{ort}: z_p=0, Q=∞, (d_x, d_y, d_z)=(0, 0, -1)

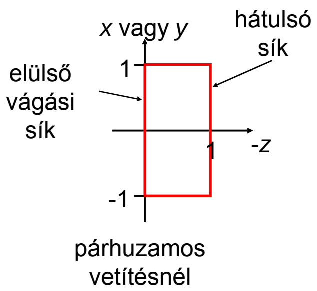
3D megjelenítés implementálása /1



3D megjelenítés implementálása /2

A 3D vágás drága művelet, ezért érdemes előtte a 3D objektumokat u.n. **kanonikus látótérbe** transzformálni (normalizálás), ahol a vágás egyszerűbb és gyorsabb.

3D megjelenítés implementálása /3



Kanonikus látótér síkjai:

x = -1, x = 1

y = -1, y = 1

z = 0, z = -1

3D megjelenítés implementálása /4

Kanonikus látótér síkjai:

$x = z$, $x = -z$

$y = z$, $y = -z$

$z = -z_{min}$, z = -1