

Modellalkotási feladatgyűjtemény

Az év végi írásbeli vizsgán, a vizsga első részében a teszt mellett minden egy feladatot is fog kapni az alábbiak közül. A feladat megoldása a maximális pontszám eléréséhez a következő pontokat kell, hogy tartalmazza:

1. **Döntési változók** bevezetése és indoklás (melyik változó mit jelöl)
2. **Célfüggvény felírása** (mi a jelentése: profit maximalizálás/költségminimalizálás/más?)
3. **Korlátozó feltételek** felírása és egy rövid magyarázat
4. **Döntési változókra** vonatkozó **korlátozások**
5. Az **LP feladat** felírása **standard formában**.

Egy minta megoldás pl. az 1. előadás 12-13. diáin található, illetve a gyakorlatok során tárgyalt feladatok megoldása is ezen elv szerint történt.

Maximalizálási feladatok

1. Feladat (katonás)

A "Játékgár Kft."-nél gyártanak vonatot és katonát, céljuk a bevétel maximalizálása. Korlátok vannak a ráfordított időre és a termékek darabszámára vonatkozóan. Egy vonat elkészítéséhez 10\$ anyag és 14\$ előállítási költség szükséges. A katona anyagára 9\$-t, előállítására 10\$-t költ a cég. A vonathoz és a katonához szükséges anyagot a cég 1-1 óra alatt szerzi be (vagy készíti el), de az előállítási ideje a vonatnak 2 óra, míg a katonának csak 1. A beszerzésre összesen 80 óra, az előállításra 100 óra áll rendelkezésre. A cég 40 katonánál nem akar többet gyártani a csökkenő kereslet miatt. A gyártás után a vonat bolti ára 27\$, a katonáé 21\$. Melyikből mennyit gyártsanak, hogy a profit a lehető legnagyobb legyen?

2. Feladat (szerveres)

Ifjú informatikusokként egy céget szeretnénk alapítani, amely játékszervereket üzemeltet. Mivel a játékipar nagy részét két játék teszi ki, a CS és MC nevéek, mi is ezek szervereit szeretnénk futtatni. Szerencsénkre egy partnercégünk kedvezményesen tud számítógép erőforrást biztosítani számunkra, így nincs kezdetleges költségünk. Az erőforrásért ráadásul csak kihasználtság alapján kell fizetnünk. Az erőforráson felül a játékok licenzéért kell fizetnünk, felhasználónként. Ezeket összesítve a CS esetében egy felhasználóra levetítve 10€, míg MC esetében 9€ költségünk jelentkezik felhasználónként. Kiszámoltuk továbbá, hogy egy felhasználó CS-ben 1% számítógép erőforrást és 2% internet sávszélességet használ, MC esetében pedig 1-1%-ot. A licenz kezelő program 20% erőforrást használ, így a felhasználónak a maradék 80%-ot kell szétosztanunk, míg internet hozzáférés esetén nincs ilyen megkötésünk. Mi az MC-vel nem szimpatizálunk, ezért legfeljebb 40 felhasználót szeretnénk megengedni a szerverünkön. A versenytársakhoz igazodva a CS-t 13€-ért, az MC-t pedig 11€-ért tudjuk

havonta biztosítani egy felhasználónak. Hány játékosunk legyen 1-1 játékból, hogy a bevételünk a lehető legnagyobb legyen és az erőforrásokat tekintve is mindig rendelkezésre álljon a szolgáltatásunk?

3. Feladat (SZINes)

Kocsmát üzemeltetünk a SZIN-en. Utolsó napra igencsak megcsappantak a készleteink. Összesen 70l vodkánk, 40l Fantánk és 30l meggy Márkánk maradt. Csak kétféle koktélt árulunk: vodka-narancsot és fényt. A vodka narancsból 3 liter 3000 Ft-ba kerül és ezt a mennyiséget 2 liter vodka és 1 liter Fanta összeöntésével kapjuk. 3 liter fényt 1 liter vodka, 1 liter Fanta és 1 liter Márka összeöntésével kapunk és ez 2000 Ft-ba kerül. Hogyan keverjük be a koktélokat, hogy a megmaradt készletből maximális legyen a hasznunk?

4. Feladat (postás)

Egy postán a hét minden napján különböző számú, teljes munkaidős dolgozóra van szükség. Minden egyes dolgozó pontosan 5 egymást követő napon dolgozik, beleértve a hétvégéket is. (Lehetséges munkaidők: hétfő-péntek, szerda-vasárnap, péntek-kedd stb.) Az egyes napokon szükséges létszámot az alábbi táblázat tartalmazza:

Hétfő	Kedd	Szerda	Csütörtök	Péntek	Szombat	Vasárnap
17	13	15	19	14	16	11

Minimalizáljuk a postán dolgozók létszámát a feltételek kielégítése mellett!

5. Feladat (székgyár)

Egy bútorgyártó cég 4 különböző típusú széket gyárt. Minden székhez fára és acélra van szükség. Az egyes székek gyártásához szükséges mennyiségeket, az egy-egy szék eladásából származó profitot és a rendelkezésre álló anyagmennyiségeket (mindegyik egyforma egységben pl.: kg-ban van) a táblázat mutatja:

	Szék 1	Szék 2	Szék 3	Szék 4	Raktáron van
Acél	1	1	3	9	4400
Fa	4	9	7	2	600
Profit	12\$	20\$	18\$	40\$	

Melyik termékből mennyit gyártsunk, hogy maximalizáljuk a bevételt?

6. Feladat (sörgyár)

A Bloomington Sörfőzde *pilzenit* és angol *világos* sört állít elő.

A pilzeni eladási ára 5\$ hordónként, az angol világosé pedig 2\$. Egy hordó pilzeni előállításához 5 kg kukorica és 2 kg komló szükséges. Egy hordó világos sörhöz pedig 2 kg kukorica és 1 kg komló kell. Rendelkezésre áll 60 kg kukorica és 25 kg komló. Fogalmazzunk meg egy LP-t, amellyel maximalizálható a bevétel!

7. Feladat (Számológépgyár)

Egy számológépgyár tudományos és grafikus számológépeket gyárt. Egy hosszútávú előrejelzés szerint naponta legalább 100 tudományos és 80 grafikus számológépre lesz vásárlói igény. A gyártási kapacitás a tudományos számológépekre napi 200 darab, a grafikus gépekre pedig 170. Egy szerződés szerint naponta egy legalább 200 számológépből álló szállítmányt kell küldenünk. Ha a tudományos számológépek mindegyike 2€ veszteséget, de a grafikus gépek 5€ profitot hoznak, mennyit kellene az egyes típusokból gyártani, hogy a vásárlói igények kielégítése mellett a profitot maximalizáljuk?

8. Feladat (Iratszekrények)

Iratszekrények vásárlásával bíztak meg minket. Az X típus darabonkénti ára 10 €, 6 négyzetméteren fér el és 8 köbméter iratot tudunk tárolni benne. Az Y típus darabja 20 €, 8 négyzetméteren fér el és 12 köbméter a kapacitása. A vásárlásra összesen 140 €-t tudunk költeni, de valószínűleg nem fog mind kelleni a 72 négyzetméteres iroda feltöltéséhez. Hány darabot vegyünk az egyes típusokból, hogy maximalizáljuk a tárolási kapacitást?

9. Feladat (Játékfigurák)

Egy gyár három fajta műanyagfigurát készít. Az alábbi táblázat tartalmazza az öntéshez, festéshez és csomagoláshoz szükséges időt, valamint a profitot. Az értékek tucat per órában vannak kifejezve.

Folyamat	A típus	B típus	C típus	Rendelkezésre álló idő
Öntés	1	2	3/2	12000
Festés	2/3	2/3	1	4600
Csomagolás	1/2	1/3	1/2	2400
Nyereség	€11	€16	€15	-

Hány tucatot kell az egyes figurákból készítenünk, hogy maximális legyen a nyereségünk?

10. Feladat (Hirdetések)

Egy cég hirdetést szeretne feladni televízióba, rádióba és újságba is. A költségek és a várható közönségszám az alábbi táblázatban adott.

	Televízió	Újság	Rádió
Költség/hirdetés	2000 €	600 €	300 €
Közönség/hirdetés	100.000	40.000	18.000

A megcélzott újság 10-re limitálja az egy cégtől feladható hirdetések számát. A hirdetések kiegyensúlyozottsága érdekében a hirdetések legfeljebb felét szeretnénk rádióban hallani, és legalább 10%-ot a TV-ben látni. A havi hirdetési keretünk 18200 €. Mennyi hirdetést kellene feladnunk a média 3 típusában a legtöbb emberhez való eljuttatás érdekében?

11. Feladat (Számítógépek összeszerelése)

Egy cég két típusú számítógép összeszerelésével foglalkozik. Az első típusú számítógépet PC1-nek nevezik és darabja 50 euró profitot, a második típust PC2-nek nevezik és darabja 40 euró profitot jövedelmez. A következő héten a két gép összeszerelésére 150 munkaóra áll rendelkezésre. Egy darab PC1 összeszereléséhez 3 munkaóra és egy darab PC2 összeszereléséhez pedig 5 munkaóra szükséges. A PC2 olyan speciális processzort tartalmaz, amiből csak 20 darab van raktáron. A cég raktározási helysége 300 négyzetméter, amiből egy PC1 8 négyzetmétert és egy PC2 pedig 5 négyzetméter területet foglal el. A cég vezetősége maximalizálni szeretné a profitját. Milyen termelési tervet kövessenek?

12. Feladat (Tejtermékek)

Egy tejtermékeket gyártó üzem vaját és túróát állít elő. A termékek előállításához magas zsírtartalmú és alacsony zsírtartalmú tejet használnak. A vaj előállításához 60%-ban magas zsírtartalmú tejet és 40%-ban alacsony zsírtartalmú tejet, a túró előállításához pedig 40%-ban magas és 60% alacsony zsírtartalmú tejet használnak. A gyártási technológiája során a tej 10%-a marad a vajban és 15% marad a túróban. A vaj profitja kilogrammonként 1.5 euró a túróé pedig 1.2 euró. Az üzemnek hetente 1000 kg magas zsírtartalmú és 800 kg alacsony zsírtartalmú tej áll a rendelkezésére. A vajból bármilyen mennyiséget el tud adni, a túróból pedig hetente maximálisan csak 180 kg adható el. Írjuk fel a feladat lineáris programozási modelljét.

13. Feladat (Vasalógyár)

Egy cég vezetője döntést kell hozzon, hogy miképpen ossza el az általa gyártott vasaló gyártásának mennyiségét két üzem között, mivel egyik üzem sem képes külön-külön lefedni a piacot. Tudjuk, hogy egy vasaló alkatrészeit az I. üzem 10 euró költséggel, a II. üzem pedig 20 euró költséggel készíti el. Az összeszerelési költségek egy vasalóra nézve az I. üzemnél 8 euró, a II. üzemnél pedig 1 euró. A cég egy éves költségvetése alkatrész gyártására 120000 eurót, összeszerelésre 40000, ellenőrzésre pedig 12000 eurót fordít. Egy vasaló eladási ára 60 euró függetlenül attól, hogy melyik üzemben készült. Feltételezve, hogy egy vasalót teljes egészében az egyik vagy másik üzem készíti el, milyen felosztás mellett lesz a profit maximális?

14. Feladat (Befektetés)

Egy befektető 12000 euró összeget három alapba helyezhet el: állami kötvénybe 7%-os kamattal, bankba 8%-os kamattal és egy magasabb kockázatú részvénybe 12%-os kamattal. Hogy a kockázatát csökkentse, 2000 eurónál többet részvénybe nem fektet. A hatályban lévő törvények miatt legalább 3-szor nagyobb összeget kell állami kötvénybe raknia, mint bankba. Milyen befektetési stratégia mellett maximalizálhatja várható jövedelmét?

15. Feladat (Projektek)

Négy projektet 3 éves futamidőre terveznek. Az alábbi táblázat tartalmazza, ezer eurós egységekben kifejezve az egyes projektekben évente befektetendő összegeket:

	1. év	2. év	3. év
1. projekt	500	300	200
2. projekt	1000	800	200

3. projekt	1500	1500	300
4. projekt	100	400	100

Az első projekt várható profitja 200 ezer euró, a másodiké 300 ezer euró, a harmadiké 500 ezer euró, a negyediké pedig 100 ezer euró. A rendelkezésre álló összegek: első évben 3.1 millió euró, a második évben 2.5 millió és a harmadik évben pedig 0.4 millió euró. Egy projektet akár 100%-ban is támogathatunk befektetésünkkel, de a négyet (400%) összesen csak 100%-ban támogathatjuk. Milyen arányban kell a projekteket támogatnunk, hogy a várható profit a maximális legyen?

16. Feladat (Autógyár)

Egy autógyári cég személygépkocsikat és teherautókat gyárt. Egy személygépkocsiból 300 euró, egy teherautóból pedig 400 euró nyeresége származik. A gyártáshoz szükséges erőforrások az alábbi táblázatban láthatók:

	1. típusú gép	2. típusú gép	Acél (tonna)
Személygépkocsi	0.8	0.6	2
Teherautó	1	0.7	3

A cég naponta legfeljebb 98 darab 1. típusú gépet tud bérelni, gépenként 50 euróért. Jelenleg 73 darab 2. típusú gépe van a cégnek és 260 tonna acél áll a rendelkezésére. Marketing szempontok miatt legalább 88 gépkocsit és legalább 26 teherautót mindenképpen gyártani kell. A cég célja a profit maximalizálása. Írjuk fel a kapcsolódó LP feladatot.

17. Feladat (Kőolajfinomító)

Egy kőolajfinomító gázolajat és benzint állít elő. A technológia úgy van megtervezve, hogy a finomítás során legalább kétszer annyi mennyiségű benzint kapnak, mint gázolajat. A cég vezetőségének az a tapasztalata, hogy a napi benzinszükséglet nem több, mint 6.4 millió liter, míg gázolajból el tudnak adni akár 3 millió litert is. Ha egy liter benzin eladási ára 0.6 euró, a gázolajé pedig 0.4 euró, milyen termelési tervvel lehet maximalizálni a bevételt?

18. Feladat (Könyvkiadó)

A Polygon könyvkiadó három jegyzet kiadását tervezi. Az alábbi táblázat mutatja az eladható legnagyobb példányszámot, a jegyzetenkénti változó előállítási költséget, az eladási árat és a szerzői honoráriumot az egyes jegyzetek esetén.

	1. jegyzet	2. jegyzet	3. jegyzet
Kereslet (db.)	250	200	250
Költség (Ft/db)	200	150	180
Eladási ár (Ft/db)	400	380	320
Honorárium (Ft)	5000	6000	3000

Ha például az 1-es jegyzetből 200 példány készül, akkor a bevétel $200 \cdot 400 = 80000$ Ft, a költség viszont $5000 + 200 \cdot 200 = 45000$ Ft. A kiadó legfeljebb 600 jegyzetet tud elkészíteni. Írjuk fel az LP modellt, amely alapján maximalizálni tuduk a profitot!

19. Feladat (Földművelés)

Egy gazda búzát és zabot természet saját 50 holdas földjén. Legfeljebb 30000 kg búzát és legfeljebb 25000 kg zabot tud eladni. Egy beültetett holdon vagy 2300 kg búza vagy 1800 kg zab terem. A búza eladási ára 0.5 euró/kg, a zabé pedig 0.8 euró/kg. Egy hold búza aratásához 2.5 munkaóra, egy hold zab aratásához 3.5 munkaóra szükséges. Legfeljebb 400 munkaóra vehető igénybe 60 euró/óra költséggel. Írjuk fel a kapcsolódó LP modellt.

Minimalizálási feladatok

1. Feladat (Napi Itala)

A Napi családban este nagy vacsora készül, ezért a legfiatalabb gyereket elküldik a kereskedőhöz, hogy vásároljon kimért üdítőt. A kereskedőnél rostos és szénsavas üdítő kapható. A rostos üdítőtől 1 liternyi tömege 2 kg, a szénsavasból pedig 1 kg. A gyerek kicsi lévén, összesen 5 kg tömegű üdítőt tud hazavinni. Másrészt édesapja a szénsavas üdítőt szereti jobban, ezért azt mondta, hogy legalább 1 literrel több legyen a szénsavas, mint a rostos. A gyermek édesanyja viszont azt kérte, hogy legalább 3 liter üdítőt hozzon haza. 1 liter rostos 3\$-ba, míg 1 liter szénsavas 1\$-ba kerül. A gyerek problémája: mennyi rostos és mennyi szénsavas üdítőt vegyen, hogy az minél kevesebbe kerüljön, továbbá a gyerek haza tudja vinni a vásárolt üdítőt és a vásárlás megfeleljen szülei elvárásainak is. Ezen eladás mellett melyik üdítőtípusra mennyit költ?

2. Feladat (Boros Blanka)

A Boros vendéglőben Blanka olyan italkeveréket akar előállítani, amely 30% vizet, 20% alkoholt, 10% aromát és 40% narancslevet tartalmaz. A piacon az alábbi táblázatban szereplő keverékek vásárolhatóak, amelyek összetételét és árát szintén a táblázat tartalmazza. Milyen mennyiségeket kell a vendéglőnek venni az egyes keverékekből, hogy az előállítandó italkeverék egy literjének minimális legyen az anyagköltsége?

Keverék	Víz	Alkohol	Aroma	Narancslé	Ár
A	10	40	20	30	43 Ft
B	50	30	2	18	20 Ft
C	30	30	10	30	50 Ft
D	20	20	5	55	90 Ft
E	40	10	5	45	70 Ft

3. Feladat (Reklámköltség)

A Dorian Auto cég luxusautókat és teherautókat gyárt. A vállalat úgy gondolja, hogy a vásárlói legnagyobb valószínűséggel magas jövedelmű nők és férfiak. Ennek a fogyasztói csoportnak a megnyerésére a cég egy komoly tévé-hirdetési kampányt indított és elhatározta, hogy 1 perces reklámhelyeket vásárol kétféle típusú tévé-műsorban: vidám műsorokban és futballmeccsek alatt.

Minden kabarébeli reklámot 7 millió magas jövedelmű nő és 2 millió magas jövedelmű férfi néz. Minden futballmeccs alatti reklámot 2 millió magas jövedelmű nő és 12 millió magas jövedelmű férfi néz. Az egyperces kabarébeli reklám 50 ezer dollárba kerül, és az egyperces futballmeccs alatti reklám ára 100 ezer dollár. A cég azt szeretné, ha hirdetéseit legalább 28 millió magas jövedelmű nő és 24 millió magas jövedelmű férfi látná.

Alkalmazzuk a lineáris programozást arra, hogy a Dorian cég a reklámcéljait minimális költségek mellett érje el!

4. Feladat (Telefonos felmérés)

Egy telefonos felmérés során egy piackutató csoportnak legalább 150 feleséggel, 120 férjjel, 100 egyedülálló felnőtt férfival, 80 egyedülálló felnőtt nővel kell kapcsolatba lépnie. 0.9 euróba kerül egy nappali telefonhívás, és (a magasabb munkaköltség miatt) 2 euróba kerül egy esti hívás. Az alábbi táblázat azt mutatja, hogy a tapasztalatok szerint a hívások hány százalékában ki lesz a válaszoló személy:

Választó személy	Nappali hívások százaléka	Esti hívások százaléka
Feleség	20	30
Férj	20	20
Egyedülálló férfi	10	20
Egyedülálló nő	20	10
Senki	30	20

A korlátozott létszámú személyzet miatt a hívásoknak legfeljebb a fele lehet csak esti hívás. Hogyan járjon el a piackutató csoport, hogy a felmérést minimális költséggel valósítsa meg?

5. Feladat (Zöldségleves előállítás)

Egy élelmiszeripari cég a zöldségleves előállításához négyféle alapanyagot használ: zöldségek, hús, víz, aromák. A zöldségleves elkészítésekor be kell tartásuk az alábbi szabályokat:

- a leveshez felhasznált zöldségek összömege nem haladhatja meg a leves tömegének felét;
- a víz/hús arány pontosan 8/1;
- a leveshez használt hús tömege a leves tömegének 5% és 6% között kell legyen;
- az aromák mennyisége nem lehet több mint 10 gramm.

Az alapanyagok beszerzési árai: 1 kilogramm zöldség 1.2 euró, 1 kilogramm hús 8.1 euró, 1 liter víz 0.06 euró és 1 kilogramm aroma 8.5 euró. A cég vezetősége milyen termelési tervet válasszon, hogy az 500 grammos kicsomagolású zöldséglevest a lehető legkisebb költséggel állítsa elő?

6. Feladat (Diéta probléma)

Zsóka szeretné étkezési költségeit csökkenteni úgy, hogy szervezete a naponta szükséges energiát (2000 kcal), fehérjét(55g) és kalciumot (800mg) mégis megkapja. Az alábbi táblázat tartalmazza az egyes termékek alapvető jellemzőit:

Ételek	Energia (kcal)	Fehérje (g)	Kalcium (mg)	Ár (cent)
Tej (1 adag – ¼ liter)	160	8	285	12
Bab-hússal(1 adag – 250g)	250	14	76	25
Tojás (1 adag – 2 db.)	160	13	54	22
Csirke (1 adag – 100g)	205	32	12	32
Zabkása (1 adag – 30g)	120	5	3	10
Sütemény (1 adag – 200g)	400	5	24	30

Hogy étkezése ne legyen egyhangú, az egyes ételekből fogyasztható adagok számát korlátozza:

Tej \leq 2 adag

Bab-hússal \leq 2 adag

Tojás \leq 2 adag

Csirke \leq 3 adag

Zabkása \leq 3 adag

Sütemény \leq 3 adag

Hogyan tud a legolcsóbban étkezni?