Algoritmusok és adatszerkezetek gyakorlat – 01

Bevezető

Követelmények

A gyakorlaton elérhető összpont: 50. A következőkből tevődik össze:

Hat darab BIROn **beadandó feladat** (Java nyelven) készítése egyenként 3 (összesen 18) pontért. Minimum elérendő: 12 pont.

Szorgalmi időszak utolsó hetében az előadás időpontjában **zárthelyi dolgozat** írása 32 pontért, amiből minimum elérendő: 13 pont.

A gyakorlaton való aktivitásért a félév során összesen 5 plusz pont szerezhető.

Érdemjegyek:

- Elégtelen: 0 - 24 pont
- Elégséges: 25 - 30 pont
- Közepes: 31 - 36 pont
- Jó: 37 - 42 pont
- Jeles: 43 - 50 pont

1. Feladat Adott a következő játék: egy **magyar kártya** pakliból kihúznak **egy lap**ot. Eldöntendő kérdésekkel kell kitaláljuk, hogy melyik a kihúzott lap.

Legkevesebb **hány eldöntendő kérdés**ből tudjuk biztosan megmondani, mely lapot húzta az illető?

Megoldás

A magyar kártya 32 lapból áll. Ez 4 színből - tök, makk, piros, zöld - a színeken belül pedig a következőkből áll: 7, 8, 9, 10, alsó, felső, király, ász.

Ha végigkérdezzük (egy nekünk szimpatikus rendezés szerint, pl tök $\leq$ makk $\leq$ piros $\leq$ zöld, a színeken belül pedig $7 \leq 8 \leq 9 \leq 10 \leq$ alsó $\leq$ felső $\leq$ király $\leq$ ász) sorban az összes lapot és épp az utolsót (a fenti rendezés esetén a zöld ászt) húzták ki, az 32 kérdés. Ez a lehető legrosszabb verzió.

Ha maradunk a rendezés szerint kérdezés taktikánál, akkor a legjobb eset az, amikor a rendezésünk szerinti elsőt húzzák ki (a fenti esetben ez a tök 7). Ekkor csupán 1-et kell kérdeznünk.

Egyébként (átlagos esetben), ha nem akarjuk végigkérdezni az összes lapot egyenként, akkor érdemes a paklit valamilyen rendszer szerint tematikusan elfelezgetni. Ez által egyre jobban specifikálni a lapot.

Az első, ami szerint rendszerezhetünk pl. a 4 szín: tök, makk, piros, zöld. Ahhoz, hogy pontosan el tudjuk dönteni, melyik színbe tartozik a húzott lap, 2 kérdést kell feltennünk (ne feledjük, csak eldönthető kérdések lehetnek!):

- *Tök vagy makk?*
- Ha igen a válasz, felezzük el ezt is: *Tök?*
- Ha nem a válasz, a maradék két színt felezzük el: *Piros?*

Ezzel a két kérdéssel már meg is van a pontos szín. Egy színben 8 lap van: 7, 8, 9, 10, alsó, felső, király, ász. Ez épp 4 szám és 4 figura. A harmadik kérdés tehát ez: *Szám?*

Ha már tudjuk, hogy szám vagy figura-e további 4 lap közül kell döntenünk. Ezt a négy színhez hasonlóan tudjuk megtenni. Rákérdezünk egy tetszőleges két elemű részhalmazra és választól függően egy elemre.

Ez így összesen 5 kérdés. Ennél kevesebből nem tudjuk pontosan meghatározni a kihúzott lapot, viszont ennyi már épp elég hozzá.

Nézzünk meg egy példát: A kihúzott lapom a **Piros Király**.

- K: *Tök vagy makk?*	
- Nem.	(Tehát piros vagy zöld.)
- K: *Piros?*	
- Igen.	(⇒ Piros a húzott lap.)
- K: *Szám?*	
- Nem.	(Így már csak az alsó, felső, király és ász van versenyben)
- K: *Alsó vagy felső?*	
- Nem.	(⇒ Vagy király vagy ász.)
- K: *Király?*	
- Igen.	

A keresett lap tehát a piros király!

Tulajdonképpen ennél kevesebb kérdésből nem is lehet megcsinálni, amit például onnan is tudhatunk, hogy ha leírjuk a válaszokat (pl 0 a „nem" és 1 az „igen") sorrendben, akkor N kérdés után egy N-bites bináris stringet kapunk, és a cél, hogy ebből az N-bites stringből egyértelműen meg tudjuk mondani, hogy melyik lapról beszélünk. Ha ezt 4 kérdésből csináljuk, akkor $2^4 = 16$-féle stringet tudunk előállítani, ami kevesebb, mint a lapok száma (32), ezért minimum 5 kérdés kell ahhoz, hogy **biztosan** meg tudjuk mondani. $2^5 = 32$, tehát ez épp elég lesz.

2. Feladat Egy egyetemista a fesztiválon átbulizott éjszaka után elfelejti, hogy a kempingben hol is volt a sátra. A kempingben ***n* sátorhely** van, amik egy sorban helyezkednek el. Az egyetemista csak akkor ismeri fel a sátrát, mikor másodszor is alaposan megnézi, így a következő stratégiát alkalmazza: először elmegy a kemping másik széléig, miközben minden sátorhelyet megnéz. Majd mivel elsőre nem találja meg a sátrát, visszafordul, és újra megvizsgálja az összes sátorhelyet, amíg rá nem lel a sajátjára. Hányszor kell az egyetemistának vizsgálódnia a legjobb, a legrosszabb és az átlagos esetben?

Megoldás

Legjobb eset: A sátor az n. helyen van, így végigmegy egyszer (ez n db sátor megvizsgálása) majd amint visszafordul rá is lel a saját sátrára, mikor másodjára megnézi $(+1)$. Összesen $n+1$ sátor megnézése.

Legrosszabb eset: A sátor az 1. helyen van. Ekkor végignézi egyszer az összes sátrat (n db sátor végignézése) majd visszajön az elejéig teljesen (újabb n db sátor megnézése). Azaz $2n$ db sátort néz meg.

Átlagos eset: ha a sátor hátulról az i-edik helyen van, akkor elmegy a végére és i helyet jön vissza. Tehát $n+i$ sátorhelyet kell megnéznie. Tehát az átlagos eset

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(n+i)}{n} = \frac{\big(((n+1)+2n)\cdot n\big)/2}{n} = \frac{3n+1}{2}$$

Hogy jött ez ki:

A számláló egy számtani sorozat $a_1 = n+1$ és $d = 1$ paraméterekkel. Tudjuk, hogy az első n tag összegét az $S_n = \frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}$ képlettel kapjuk. Az n. tag $a_n = d\cdot n+(a_1-d) = 1\cdot n+(n+1-1) = 2n$.

A számlálóban tehát kapjuk a képlet alapján, hogy $\frac{((n+1)+2n)\cdot n}{2}$.

Majd elvégezzük az n-nel való osztást, ekkor kapjuk, hogy $\frac{2n+n+1}{2}$.