

Csempe átíró nyelvtanok (Tile rewriting grammars)

Legyen Σ véges ábécé. Σ feletti kép (picture) alatt olyan mátrixot (azaz két-dimenziós, téglalap alakú tömböt) értünk, melynek minden eleme Σ egy betűjét tartalmazza. Képek tetszőleges halmazát képnyelvnek (picture language) hívjuk.

Képnyelvekről számos cikk született, [2] tekinthető alapvető összefoglaló tanulmánynak velük kapcsolatban. A formális nyelvek és automaták klasszikus elméletének számos fogalmát és eredményét sikeresen általánosították képnyelvekre. Például a reguláris nyelvek általánosításának tekinthető ún. felismerhető képnyelveknek jónéhány, különböző megközelítésen alapuló, de egymással ekvivalens jellemzése ismert.

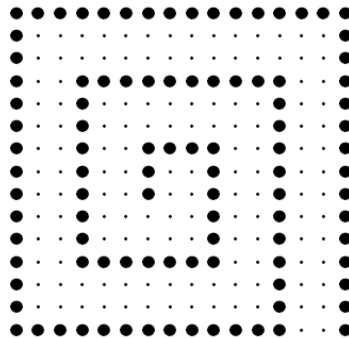
Ezzel szemben a környezetfüggetlen nyelvek és nyelvtanok képekre történő általánosítása jóval nehezebbnek tűnik. Az alapvető probléma a következő: kézenfekvőnek tűnik a képeket generáló környezetfüggetlen nyelvtan fogalmát úgy alkotni meg, hogy a levezetésében mindig egy nemterminális és terminális szimbólumokból álló kép egy nemterminálisának előfordulását helyettesítsük egy újabb képpel a nyelvtan valamely szabálya alapján. Ezt azonban nem tudjuk megtenni a képek szabályos, téglalap alakú szerkezetének elrontása nélkül. Erre a problémára kínálnak egy lehetséges megoldást a Stephano Crespi Reghizzi és Matteo Pradella által bevezetett csempe átíró nyelvtanok (tile rewriting grammars). Az előadás az ő [4, 5], valamint velük közösen Alessandra Cherubini és Pierluigi San Pietro [1] eredményeit ismerteti.

A fent említett csempe átíró nyelvtanok lényege, hogy a levezetés mindig a generálni kívánt kép méretével megegyező, mindenhol az S kezdőszimbólumot tartalmazó képből indul, és természetesen a kép mérete a levezetés során nem változik. A levezetés lépéseiben mindig valamely nemterminálishoz tartozó maximális részkép helyettesítése történik egy azonos méretű képpel, a nyelvtan szabályai alapján. A precíz definícióhoz meglehetősen sok fogalomra lenne szükség, így álljon itt inkább egy példa, mely [5]-ből származik:

A következő nyelvtan a diszkrét Arhimédeszi spirál képeit generálja. A terminális szimbólumok: \cdot és \bullet , míg a nemterminálisok: $S, Q, A, B, C, D, H, K, V$ és W .

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow \left[\begin{array}{cccccccc} A & A & H & H & H & B & B & \\ A & A & H & H & H & B & B & \\ V & V & Q & Q & Q & W & W & \\ V & V & Q & Q & Q & W & W & \\ C & C & K & K & \bullet & D & D & \\ C & C & K & K & \bullet & D & D & \end{array} \right]; \quad Q \rightarrow \left[\begin{array}{cc} S & S \\ S & S \end{array} \right] \mid \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \\
 A &\rightarrow \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array}; \quad B \rightarrow \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array}; \quad C \rightarrow \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array}; \quad D \rightarrow \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \\
 H &\rightarrow \left[\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right]; \quad K \rightarrow \left[\begin{array}{cc} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{array} \right]; \quad V \rightarrow \left[\begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right]; \quad W \rightarrow \left[\begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

A nyelvtan által generált 15×16 -os kép:



A nyelvtan egyes szabályainak jobboldala bizonyos lokális képnyelvekből áll. Ha a szabály baloldala egy X nemterminális, jobboldalán pedig zárójelben egy kép áll, akkor ez azt jelenti, hogy a szabály egy tetszőleges $m \times n$ -es, maximális, csak X -ekből álló részképet egy olyan $m \times n$ -es részképre cserélhet, melynek 2×2 -es csempéi (darabjai) *egybeesnek* a zárójelben megadott kép 2×2 -es csempéivel (mint halmazok, azaz a többszörös előfordulásokat nem számolva).

Az előadásban a szükséges fogalmak ismertetése után vizsgáljuk képek különböző helyettesítési operátorait, bemutatjuk a csempe átíró nyelvtanokat, majd azok és különböző változataik kifejező erejét összehasonlítjuk a csempéző rendszerek (tiling systems) és az O. Matz által [3]-ban bevezetett környezetfüggetlen képnyelvtanok (context-free picture grammars) kifejező erejével.

Hivatkozások

- [1] A. Cherubini, S. Crespi Reghizzi, M. Pradella and P. San Pietro, Picture Languages: Tiling Systems versus Tile Rewriting Grammars, *Theor. Comput. Sci.*, to appear.
- [2] D. Giammaresi and A. Restivo, Two-Dimensional Languages, in: A. Saloma and G. Rozenberg (eds.), *Handbook of Formal Languages*, vol. 3, Springer-Verlag, Berlin, 1997, 215–267.
- [3] O. Matz, Regular Expressions and Context-Free Grammars for Picture Languages, in: *Proc. of 14th Annu. Symp. on Theor. Aspects of Comp. Sci.*, LNCS **1200**, Springer-Verlag, Berlin, 1997, 283–294.
- [4] S. Crespi Reghizzi, M. Pradella, Tile Rewriting Grammars, in: *Proc. of Seventh Internat. Conf. on Developments in Language Theory (DLT 2003)*, LNCS **2710**, Springer-Verlag, Berlin, 2003, 206–217.
- [5] S. Crespi Reghizzi, M. Pradella, Tile Rewriting Grammars and Picture Languages, *Theor. Comput. Sci.*, **340(2)**, 2005, 257–272.