

A bináris NP osztály szimmetrikus töredéke

Mészáros Ágnes
V. Programtervező matematikus

Témavezető: Iván Szabolcs tanársegéd
SZTE TTIK Számítástudomány Alapjai Tanszék

Jól ismert, hogy az egzisztenciális másodrendű ($\exists SO$) logikában kifejezhető tulajdonságok egybeesnek az **NP** problémaosztállyal. Így az **NP** =[?] **coNP** kérdés feltehető a következő formában is:

Zárt-e $\exists SO$ a komplementerképzésre?

A jelenlegi matematikai eszköztár még nem elegendő arra, hogy ezt a kérdést kielégítően megválasszunk, a legtöbb ezzel kapcsolatos eredmény a monadikus **NP**-ként ismert osztállyal (és ennek néhány kiterjesztésével) foglalkozik, mely a $\exists SO$ azon töredéke, mikor csak unáris relációváltozókat kvantálhatunk. Dolgozatomban ismertetem R. Fagin azon eredményét, mely ún. Ehrenfeucht-Fraïssé játékokkal igazolja, hogy a monadikus **NP** nem zárt a komplementerképzésre.

A bináris **NP** (**BNP**) vizsgálatáról is ismert az irodalomban néhány eredmény, ám ezek száma sokkal kevesebb (ebben a logikában bináris relációváltozókat kvantálhatunk). A mai napig nem ismert, hogy ez az osztály zárt-e a komplementerképzésre, sőt nem ismert olyan „természetes” **NP**-beli gráftulajdonság sem, mely ne esne a bináris **NP**-be. A legtöbb ide kapcsolódó eredmény a bináris **NP** változatos szintaktikus töredékeinek egymáshoz való viszonyát írja le, így pl. azon eseteket, mikor csak parciális rendezéseket, unáris függvényeket,... vehetnek fel értékül a relációváltozók.

Célom a bináris **NP** ún. szimmetrikus töredéke (**SBNP**) kifejezőerejének a **BNP**-ével való összehasonlítása volt: az erre vonatkozó eredmény, melyet dolgozatomban igazolok, hogy a kettő megegyezik.

Érdekes kérdés továbbá, hogy hány (bináris) relációváltozó használata szükséges egy adott tulajdonság kifejezéséhez. Az **SBNP** = **BNP** összefüggés bizonyítása szerint pl. a Hamilton-út kifejezéséhez hat relációváltozó már elég **SBNP**-ben, de ennél több is igaz: megmutatható, hogy egyetlen szimmetrikusan interpretált relációváltozó is elegendő.